NUMERI

TUTTO QUELLO CHE CONTA DA ZERO A INFINITO

Claudio Bartocci
Luigi Civalleri

codice EDIZIONI

palazzo delle esposizioni

Quando abbiamo pensato a questa mostra ci sembrava naturale proseguire il percorso intrapreso a Palazzo delle Esposizioni in un viaggio nella curiosità e nella vita della scienza, che è cominciato con *Darwin*, proseguito con *Homo Sapiens* per giungere poi *Sulla Via della Seta*. Sono state mostre in cui abbiamo cercato, con successo, di rappresentare la varietà, intensa e sorprendente, dell'intreccio tra ricerca della conoscenza e scoperta del nuovo.

Ma quelle sono "storie di storie", in cui il cosiddetto *storytelling* era aiutato dai personaggi, dalle loro vite, dai popoli delle grandi migrazioni e dalle molteplici forme cui potevamo ispirarci per rendere vivo il cammino del visitatore, accompagnandolo verso sorprendenti traguardi. Abbiamo cercato di metterci sempre nei panni di un visitatore, grande o piccolo che fosse, per raccontare le origini dell'uomo, i suoi grandi viaggi, i mutamenti sociali, tecnologici, linguistici che lo hanno accompagnato nella conquista del nostro pianeta.

Con *Numeri* la scommessa è più ardita perché partiamo da concetti, da astrazioni, per cercare di rendere altrettanto vivo il cammino e l'esperienza di chi vorrà seguirci ed essere con noi protagonista di un'esperienza davvero unica.

La mostra si sviluppa in un percorso intenso e immersivo attraverso spiegazioni di teorie, scoperta di misteri, exhibit interattivi, originali storici unici e tanto altro ancora per coinvolgere il visitatore nel grande viaggio dei numeri. L'intento è dimostrare che con la matematica si può anche giocare e ci si può divertire, e che i numeri non sono un mondo lontano e inaccessibile ma fanno parte del grande mosaico della nostra vita.

Con il Palazzo delle Esposizioni intendiamo quindi confermare un disegno e un progetto culturale che avvicina la scienza a tutti, che ne renda quotidiana e familiare la frequentazione e che restituisca non solo la grande storia culturale che rappresenta ma che dia il senso e la prospettiva del futuro. La scienza deve essere compagna e complice degli atti della nostra vita e, per questo, dobbiamo capirla e sentirla parte di noi stessi, come è sempre stato nel progresso di noi esseri umani.

Presidente Codice Idee per la cultura
Vittorio Bo

INDICE

INTRODUZIONE

Tanto sono onnipresenti nella nostra vita che tendiamo spesso a non accorgercene, o a sottovalutare la loro importanza. Talvolta risultano quasi invisibili, perlomeno all'occhio non esercitato, proprio perché sono troppo in evidenza, come la lettera rubata del celebre racconto di Edgar Allan Poe. Stiamo parlando dei numeri.

Misure di tutti i generi, probabilità e statistiche, indici finanziari, prezzi, rapporti, tassi, costanti di accoppiamento, esponenti caratteristici, cardinali e ordinali: i numeri sono ovunque. Anche coloro che li detestano – non di rado in conseguenza di esperienze scolastiche più o meno traumatizzanti – non possono rinunciare a servirsene, consapevolmente o meno, in ogni minimo atto dell'esistenza quotidiana.

In quanto strumento di conoscenza, e dunque di potere, i numeri non sono utilizzati soltanto per delucidare la realtà delle cose, rendendo più accurati e imparziali i nostri ragionamenti, ma anche per manipolare e occultare i fatti. Ignorarli con un'alzata di spalle indebolisce le nostre capacità di valutazione critica e mette a repentaglio i nostri fondamentali diritti di scelta e di autodeterminazione. Come hanno sottolineato vari autorevoli studiosi, l'analfabetismo numerico – *innumeracy*, in inglese – è un ostacolo serio al pieno sviluppo della democrazia.

I numeri non costituiscono solo l'ingrediente di base di ogni discorso scientificamente fondato. Fin dalle epoche più remote e in tutte le culture, essi sono carichi di significati simbolici, magici o religiosi: racchiudono in sé un'arcana bellezza, esprimono equilibrio e armonia, promanano un'enigmatica malia. La musica, le arti, l'architettura parlano, seppur talvolta sottovoce, il linguaggio del numero, così come la poesia, «quel parlare – scrive Dante nel *Convivio* – che in numeri e tempo regolato in rimate consonanze cade»

La natura dei numeri, è pur vero, ci sfugge. Sono il messaggio segreto di una qualche divinità creatrice – che filosofi e matematici, da secoli, si sforzano invano di decifrare? Oppure la materia prima della tessitura del mondo, come credevano i Pitagorici? Hanno una loro esistenza assoluta, o sono soltanto una nostra costruzione mentale, una convenzione linguistica, forse addirittura una mera finzione?

I neonati di pochi mesi, così come mostrano un'innata abilità a riconoscere i volti umani o a distinguere gli oggetti materiali dalle loro ombre, danno prova di precisissime capacità numeriche: sanno distinguere 2 da 3, indipendentemente dal fatto che si tratti di sonagli, di orsetti di peluche o di ciucciotti, e riescono a fare semplici operazioni aritmetiche. Questa facoltà non verbale di stimare il numero degli oggetti di un insieme e di confrontare il numero degli oggetti di due o più insiemi distinti non è prerogativa esclusiva di *Homo sapiens* ma è condivisa anche con altre specie animali. Numerosi studi hanno infatti dimostrato che galline e piccioni sono in grado di "contare" e di confrontare tra loro numeri anche abbastanza grandi, che i ratti si possono addestrare a eseguire addizioni come 1 + 1 = 2 o 2 + 2 = 4 e che gli scimpanzé più dotati (come il famoso Nim) riescono addirittura a cavarsela anche alle prese con le frazioni.

Per noi esseri umani, come ha osservato Stanislas Dehaene, sembra che la conoscenza delle regole di base dell'aritmetica «sia veramente infusa, codificata nell'architettura stessa del nostro cervello, e che non aspetti altro che il sorgere della capacità di memoria a breve termine, verso i quattro mesi, per rivelarsi». Da questo punto di vista, i numeri non sono meno concreti del colore rosso delle ciliegie, del profumo delle rose, della sensazione di freddo che proviamo al contatto con un blocco di ghiaccio. Esito di un lunghissimo processo evolutivo durato milioni di anni, essi costituiscono una imprescindibile modalità della nostra interazione con la mutevole e sfuggente realtà – una realtà che consiste di onde elettromagnetiche, di nugoli di atomi agglomerati in molecole più o meno instabili, di campi gravitazionali, di scambi di energia.

Proprio per questa ragione fondamentalmente darwiniana, la mente umana mostra chiare limitazioni a trattare numeri eccessivamente grandi, che esulano dai confini della nostra esperienza e, come scriveva il matematico René Thom, «danno un po' le vertigini». Chi è in grado di valutare a occhio il numero di granelli di sabbia di una qualsiasi spiaggia, o di figurarsi in modo chiaro e distinto le sconfinate distanze che separano le stelle, o di immaginare concretamente 100 miliardi di euro in monetine da 5 centesimi? In realtà, per fare un esempio terra terra, è già impossibile dare una stima accurata del numero di fagioli contenuti in un grosso barattolo. Da ciò consegue la facilità con cui gli esseri umani sono soggetti a illusioni cognitive o, più banalmente, a farsi gabbare quando siano in gioco numeri grandissimi.

I numeri, tuttavia, hanno anche un carattere astratto. In altre parole, hanno – o sembrano avere – una loro vita segreta, che appare indipendente dalle nostre strutture neuronali: sono elusivi e capricciosi.

I numeri naturali (1, 2, 3, ...) sembrano scevri da ogni mistero: la loro successione nasconde però regolarità e irregolarità spesso difficili da decifrare. All'interno di questa successione si annidano altre sequenze – i numeri triangolari, i numeri di Fibonacci, i numeri di Catalan, i numeri di Lucas, tanto per fare qualche esempio – le cui proprietà riproducono curiosamente strutture aritmetiche combinatorie che si possono ritrovare anche nel mondo naturale. Tra queste sequenze quella di gran lunga più interessante è quella dei numeri primi – quei numeri, cioè, maggiori di uno, che non si possono ottenere moltiplicando due numeri più piccoli: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17...

Già Euclide aveva dimostrato, nel libro IX degli *Elementi*, che la «molteplicità» dei primi è più grande di una qualsiasi molteplicità assegnata: come diciamo oggi, essi sono infiniti. Tuttavia, via via che diventano più grandi, i numeri primi si fanno via via più radi: come si può verificare anche sperimentalmente, la distanza tra due primi consecutivi tende, statisticamente, ad aumentare sempre di più. Ma qual è la legge secondo cui sono distribuiti? È vero che ogni numero si può scrivere come somma di due primi (congettura di Goldbach)? Esistono infinite coppie di primi la cui differenza è uguale a due? Le congetture e le speculazioni in questo campo sono probabilmente più numerose che in qualsiasi altro settore della matematica, e i problemi irrisolti impegnano, da secoli, schiere di ricercatori. Come ebbe modo di osservare il grande matematico inglese Godfrey Harold Hardy, «qualsiasi sciocco può porre questioni sui numeri primi alle quali il più saggio degli uomini non sa rispondere».

E non ci sono soltanto i numeri naturali o i numeri frazionari. Già ai matematici babilonesi era noto – come mostra una famosa tavoletta in caratteri cuneiformi (Yale Babylonian Collection 7289) – che il rapporto tra il lato e la diagonale di un quadrato non può essere espresso come rapporto tra numeri interi. Il pensiero greco classico elaborò una sofisticata teoria delle grandezze incommensurabili, il cui acme è rappresentato dal libro X degli *Elementi* euclidei.

Numeri irrazionali che godono di celebrità e importanza assai speciali sono pi greco (π), che esprime il rapporto tra il raggio e la semicirconferenza, e il numero *e*, che è la base dei logaritmi naturali. Se già i babilonesi e gli egiziani facevano uso di approssimazioni di π sufficientemente precise per gli scopi pratici, fu gloria di Archimede mettere a punto un procedimento per il calcolo rigoroso di questa quantità, facendo uso di una geniale costruzione geometrica basata sul raddoppio dei lati dei poligoni inscritti e circoscritti a una circonferenza. Il metodo di Archimede, recepito e tramandato dai matematici arabi, fu impiegato, all'inizio del XV secolo, da al-Kāshi ("colui che calcola come le aquile volano") per ottenere un'approssimazione di π esatta fino alla sedicesima cifra decimale.

Il numero *e*, oggi onnipresente in ogni settore della scienza, fa invece la sua comparsa nel corso del Seicento, nel corso del lento sviluppo del concetto di *logaritmo* e in stretta relazione con il problema di quadratura dell'iperbole. L'irrazionalità di *e* e di π venne dimostrata, rispettivamente, da Euler e da Johann Lambert nel XVIII secolo; nella seconda metà dell'Ottocento si provò inoltre che essi sono entrambi numeri trascendenti, cioè che non sono soluzioni di nessuna equazioni algebrica. In particolare, la dimostrazione della trascendenza di π – ottenuta da Carl Louis Ferdinand Lindemann nel 1882 – pose definitivamente termine all'antico problema della quadratura del cerchio, stabilendo la sua insolubilità.

Gli sviluppi dell'algebra, nei secoli XVI e XVII, portarono all'introduzione di nuove specie di numeri: i numeri negativi e i numeri immaginari. A proposito di questi ultimi si accesero vivaci polemiche sia tra i matematici, sia tra i filosofi. Sono soltanto quantità «sofistiche» e «fittizie», come le chiamava Cardano, o hanno un'esistenza non dissimile da quella di tutti gli altri numeri? All'inizio del Settecento Leibniz, riferendosi all'unità immaginaria (quella grandezza, cioè, il cui quadrato è uguale a -1), la definisce «mostro del mondo ideale, quasi anfibio tra l'essere e il non essere». Pochi decenni più tardi, Euler, incurante delle diatribe filosofiche, maneggerà con disinvolta maestria i numeri complessi, ponendo così le basi dell'analisi matematica moderna.

Lo scenario concettuale muterà drasticamente nel corso dell'Ottocento, un secolo ricchissimo di nuove idee matematiche. Bolzano, Dedekind, Weierstrass, Méray e Cantor propongono definizioni formali e rigorose dei numeri reali, che comprendono tanto gli interi e i numeri frazionari quanto gli irrazionali e che sono posti in corrispondenza biunivoca con i punti della retta euclidea.

La grande rivoluzione, però, è costituita dalla creazione della teoria degli insiemi da parte di Cantor, che dà diritto di cittadinanza al concetto di infinito attuale in matematica, costruendo una geniale teoria dei numeri cardinali transfiniti. Uno dei più stupefacenti risultati di Cantor è la scoperta che gli "infiniti" non sono tutti uguali, anzi costituiscono una successione a loro volta infinita. La famosa *ipotesi del continuo*, formulata nel 1895, è la congettura che, in questa successione, non esista nessun cardinale transfinito compreso tra quello che corrisponde alla totalità dei numeri naturali e quello che corrisponde alla totalità dei numeri reali.

Tutte le culture umane sviluppano sistemi di numerazione, semplici o complessi che siano; il concetto di numerale si può considerare, nel linguaggio degli antropologi, un «universale umano». Tra i numeri stessi, le parole che li indicano e i simboli per rappresentarli sussistono rapporti spesso solo indiretti, che possono essere rivelatori di mentalità, concezioni filosofiche o credenze religiose caratteristiche della civiltà che usa quella lingua o impiega quel particolare sistema simbolico.

Usati nel commercio, connessi a pratiche religiose e divinatorie, necessari allo sviluppo di ogni ramo della scienza e della tecnologia, i numeri, nel corso dei secoli, hanno viaggiato da una cultura all'altra, continuamente trasformandosi. La forma circolare della cifra 0, introdotta dagli indiani, è stata forse modellata su quella della lettera *omicron*, che gli astronomi greci usavano come segnaposto con valore zero nella loro notazione sessagesimale, mutuata dalle fonti babilonesi? La notazione decimale posizionale, un'altra invenzione indiana, viene adottata dagli arabi e si diffonde nell'Europa latina attraverso il *Liber abaci* di Leonardo Fibonacci.

Per ovviare alle limitazioni della memoria e per facilitare operazioni lunghe e ripetitive, le diverse culture hanno escogitato, oltre a tecniche talvolta abbastanza sofisticate di calcolo digitale (usate, per esempio, nella civiltà romana), anche una varietà di strumenti di calcolo: rudimentali *tally sticks* diffusi in Inghilterra fino al XIX secolo, sassi (questo in origine il significato della parola *calculi*), gettoni, abaci.

La meccanizzazione del calcolo – resa possibile anche dallo sviluppo delle tecniche di orologeria a partire dall'alto medioevo – prende avvio all'inizio del XVII secolo con le macchine aritmetiche di Wilhelm Schickard e di Blaise Pascal. Nei trecento anni successivi si assiste all'invenzione di modelli sempre più perfezionati, fino alle meravigliose e luccicanti macchine costruite alla fine dell'Ottocento, all'epoca del massimo trionfo dell'ingegneria. L'era delle macchine di calcolo si chiude, bruscamente, con l'invenzione del computer, i cui principî generali e astratti di funzionamento sono fissati da Alan Turing e da John von Neumann e la cui realizzazione effettiva è resa possibile dalle nuove conquiste dell'elettronica. I computer, in quanto macchine logiche universali che eseguono programmi, rimangono fuori dall'orizzonte del nostro discorso.

Nel 1960 il fisico teorico di origine ungherese Eugene Wigner pubblicò un articolo, di carattere non specialistico, il cui titolo sintetizzava una delle più sorprendenti caratteristiche della scienza moderna: *L'irragionevole efficacia della matematica* (*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*). Il punto di partenza di Wigner – che nel 1963 sarà insignito del premio Nobel per i suoi contributi ai fondamenti e ai metodi della meccanica quantistica – è una domanda all'apparenza tanto ingenua quanto innocua: come mai la matematica si dimostra così utile per formulare le leggi della natura? In altri termini, che cosa hanno a che fare i numeri con la descrizione di fenomeni disparati quali la caduta delle mele, il movimento degli astri, la divisione cellulare, la dinamica delle popolazioni, l'interazione tra specie in un ecosistema?

La domanda di Wigner non è affatto ingenua, e dovrebbe farci riflettere – a un livello ben più elementare di quello della formulazione delle leggi di natura – sull'onnipresenza (e spesso l'invadenza) dell'elemento quantitativo nella nostre esistenze. A tutto associamo un numero – «ho il 42 di scarpe», «lo spread è a 245», «ho il colesterolo a 200» – anche senza aver chiaro se si tratti di percentuali o di misure, e senza preoccuparci di conoscere le leggi di distribuzione statistica o le unità di misura che sono sottintese e in molti casi non ovvie.

I numeri vanno conosciuti, se vogliamo poter fare a meno di loro.

NUMERI

TUTTO QUELLO CHE CONTA DA ZERO A INFINITO

Questa formula, in genere attribuita a James Gregorie (1638-1675) o a Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), era in realtà già nota due secoli e mezzo prima al matematico indiano Mādhava (circa 1340-1425). I puntini di sospensione nel membro di sinistra indicano che la somma va avanti all'infinito, fornendo un valore sempre più accurato di $\frac{\pi}{4}$. Gli addendi $\frac{1}{n}$, con n dispari, sono preceduti dal segno meno se $n + 1$ è divisibile per 4 e dal segno più se invece $n - 1$ è divisibile per 4.

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots = \frac{\pi}{4}$$

Letture

Plofker, *Mathematics in India*

1.

IL SENSO DEI NUMERI

I NUMERI NEL CERVELLO

LETTURE

Dehaene, *Il pallino della matematica*
Vallortigara e Panciera, *Cervelli che contano*
Dehaene e Brannon (a cura di), *Space, Time and Number in the Brain*

Nell'*Origine dell'uomo* (1871) Charles Darwin osservava che «dato che l'uomo possiede gli stessi sensi degli animali inferiori, le sue intuizioni fondamentali debbono essere le stesse». Si può affermare che ciò valga anche per le intuizioni dello spazio, del tempo e del numero, che spesso vengono ritenute dipendenti dalle facoltà specificamente umane di rappresentazione astratta e simbolica?

Nella filosofia di Kant lo spazio e il tempo sono «forme a priori della sensibilità», vale a dire una specie di schemi precostituiti che servono a "intrappolare" le nostre esperienze. Sono ciò che garantisce l'accesso alla realtà e ciò che dà forma ai dati sensoriali: possiamo pensare – sostiene Kant – uno spazio privo di oggetti, ma non possiamo pensare degli oggetti se non figurandoceli entro uno spazio. Analogamente, il tempo precede qualsiasi esperienza temporale. In altri termini, per arrivare a conoscere degli oggetti bisogna saper distinguere i posti che occupano, sia nello spazio (relazioni di distanza: qui/là), sia nel tempo (relazioni di successione: prima/dopo); nella prospettiva kantiana, pertanto, la rappresentazione numerica è dipendente dall'intuizione del tempo. In conclusione, secondo Kant i «giudizi» matematici – geometrici e aritmetici – sono sintetici a priori e quindi svincolati dall'esperienza.

In anni recenti lo scienziato cognitivo Stanislas Dehaene ha avviato un articolato programma di ricerca che si prefigge di rivisitare le idee kantiane sullo spazio, il tempo e il numero alla luce dell'evoluzionismo. Nel suo libro *Il pallino della matematica* Dehaene ha avanzato l'ipotesi che le nostre intuizioni più fondamentali siano legate a quel bagaglio di conoscenza che gli esseri umani ricevono in eredità dal loro passato evolutivo: una *core knowledge*, secondo l'espressione della psicologa Elizabeth Spelke, che si manifesta fin dalla prima infanzia e che è in misura maggiore o minore condivisa anche da altre specie animali. Secondo questa ipotesi, anche le intuizioni della geometria e dell'aritmetica sarebbero fondate sulla «conoscenza» che ogni specie ha accumulato in milioni di anni di evoluzione, attraverso i meccanismi della selezione naturale in interazione con uno specifico ambiente. In altre parole, sussisterebbe un isomorfismo a priori tra le leggi fisiche e aritmetiche che si applicano agli oggetti del mondo intorno a noi e i processi neurobiologici mediante i quali percepiamo questi oggetti.

In un esperimento ormai classico risalente al lontano 1958, lo psicologo Roger Shepard ha mostrato che quando facciamo ruotare un oggetto mentalmente eseguiamo un'operazione che è in qualche modo analoga alla rotazione dell'oggetto nello spazio: il tempo che un soggetto impiega a stabilire se due forme tridimensionali possano o meno coincidere o incastrarsi l'una nell'altra è proporzionale (linearmente) all'angolo di rotazione che le separa. In modo analogo Moyer e Landuaer, in un esperimento del 1967, hanno messo in evidenza gli effetti, anche in questo caso lineari, della *grandezza* e della *distanza* nei tempi necessari a valutare disuguaglianze numeriche: i soggetti sono più rapidi a dire che 3 è maggiore di 2 piuttosto che 10 è maggiore di 9 (grandezza), e più rapidi a dire che 10 è maggiore di 2 piuttosto che 10 è maggiore di 8 (distanza). Questi risultati – e altri simili effettuati sulle capacità aritmetiche degli animali – sembrano poter trovare spiegazione nell'universalità della legge di Weber sulla percezione degli stimoli fisici. Questa legge stabilisce che, per poter essere percepita dall'organismo, la variazione dell'intensità di uno stimolo deve essere proporzionale all'intensità dello stimolo stesso secondo una costante dipendente dall'intensità iniziale dello stimolo.

Insomma, le evidenze sperimentali suggeriscono, come hanno recentemente scritto Vallortigara e Panciera,

> *che la nostra conoscenza simbolica del numero poggia su qualcosa di più antico e profondo, una rappresentazione pre-verbale e pre-simbolica, analogica e approssimata che condividiamo con le altre specie animali e che è presente nei bambini prima che sappiano parlare e che abbiano ricevuto alcuna istruzione matematica formale.*

Ad avvalorare questa tesi si possono addurre due argomentazioni. La prima si basa sul fatto che il senso del numero è un'intuizione intermodale, cioè non legata né a uno specifico organo di senso né a specifiche caratteristiche fisiche dello stimolo: due cavalli, due lampi di luce, due rombi di tuono sono stimoli differenti che interessano organi di senso diversi, e hanno in comune soltanto il fatto di essere due. La seconda argomentazione, invece, si fonda sulla constatazione che le capacità di fare stime numeriche e di eseguire operazioni aritmetiche è comune a moltissime specie animali.

Ma come può esistere un'intuizione del numero antecedente all'atto di contare? Dove e come si forma il numero? Una possibile spiegazione – che illustreremo più avanti – è che vi siano nel cervello dei neuroni che rispondono selettivamente alla *numerosità*, ovvero alle grandezze discrete.

GLI ANIMALI SANNO CONTARE?

LETTURE

Dehaene, *Il pallino della matematica*
Despret, *Hans: Le cheval qui savait compter*
Livingstone et al., *Symbol addition by monkeys*
Woodruff e Premack, *Primitive Mathematical Concepts in the Chimpanzee*

Il cavallo Hans con il suo padrone, Wilhelm von Osten, circa 1900. Fonte: Wikipedia.

A fine Ottocento fece furore in tutta Europa un animale dalle capacità prodigiose. Si chiamava Hans ed era un cavallo di razza Orlov. Secondo il barone Wilhelm von Osten, suo proprietario, era in grado di sommare, sottrarre, moltiplicare, dividere e lavorare con le frazioni – oltre a seguire il calendario, distinguere i toni musicali e leggere e capire il tedesco. Il maestro scriveva

su una lavagna un conto e il cavallo lo eseguiva, battendo con lo zoccolo la risposta corretta; dopo un lungo addestramento, l'animale sembrava in grado di risolvere anche problemi con frazioni e radici quadrate, facendo errori solo nel 10% dei casi.

Il mondo scientifico dell'epoca era però scettico. Una prima inchiesta nel 1904 concluse che non c'erano trucchi di sorta, ma nel 1907 lo psicologo Oskar Pfungst sottopose il cavallo a una serie di nuovi test e dimostrò che Hans non sapeva nulla di matematica ma si limitava a osservare le reazioni degli interlocutori. L'animale infatti rispondeva a segnali involontari del linguaggio del corpo di chi gli stava accanto, emessi quando i colpi di zoccolo erano pari alla risposta giusta.

Dunque gli animali – o perlomeno i cavalli – non sanno far di conto? Non proprio. Grazie alle ricerche sui corvi di Otto Koehler (uno dei pionieri dell'etologia) negli anni Trenta, passando per gli esperimenti di Mechner, Platt e Johnson sui ratti negli anni Sessanta fino alle più recenti scoperte, oggi sappiamo che molti animali prestano attenzione alle quantità numeriche e sanno elaborarle. L'aritmetica è una facoltà molto diffusa, anche perché procura un ovvio vantaggio selettivo: per esempio, l'animale che capisce la differenza tra un ramo che contiene due frutti e un altro che ne ha tre ha più possibilità di alimentarsi con efficienza.

I ratti degli esperimenti sembrano mostrare una comprensione del concetto di numero indipendente dallo stimolo: sono in grado di collegare due movimenti, due oggetti e due suoni allo stesso fenomeno sottostante, contando eventi sensoriali di vario tipo come manifestazioni della stessa quantità numerica. Anche le scimmie sono state oggetto negli ultimi decenni di numerosi studi; si è dimostrato, per esempio, che gli scimpanzé sono capaci di capire e sommare le cifre dei numeri arabi da 1 a 4, che i macachi rhesus sono in grado di sommare i punti luminosi presentati sullo schermo di un computer e che il calcolo simbolico, almeno nelle sue forme basilari, è alla loro portata. Il gruppo di Margaret Livingstone, in particolare, ha addestrato dei macachi adulti a ottenere la quantità massima di succo di frutta in risposta a operazioni compiute su vari simboli presentati su uno schermo, verificando che gli animali imparavano a combinare i numeri in modo ottimale anche dopo aver cambiato il set di simboli; sembra dunque che le scimmie non abbiano appreso in modo mnemonico le associazioni più convenienti, ma le abbiano calcolate di volta in volta.

IL BERNOCCOLO DELLA MATEMATICA

LETTURE

DEHAENE, *Il pallino della matematica*
LOLLI, *La crisalide e la farfalla*
STARR ET AL., *Number sense in infancy*
WERTHEIM, *I pantaloni di Pitagora*

Esiste un talento specifico per i numeri e per la matematica in genere? La stragrande maggioranza di noi risponderebbe di sì: basta osservare le forti differenze nella riuscita scolastica in questa materia, che suscita in alcuni un senso di inadeguatezza ai confini con il panico. Le differenze individuali esistono, ma come giustificarle?

Un celebre tentativo di spiegare l'attitudine alla matematica fu quello della *frenologia* (dal greco "dottrina della mente"), o *organologia*, come preferiva chiamarla il suo inventore, il medico tedesco Franz Joseph Gall (1758-1828).

Modello di testa frenologica secondo Johan Caspar Spurzheim, prima metà del XIX secolo, gesso. Museo di Anatomia umana dell'Università di Torino.

Questa teoria partiva da un'intuizione in fondo giusta, cioè dal fatto che le funzioni psichiche dipendessero da precise zone del cervello, e la portava a conseguenze estreme: sosteneva infatti che le particolarità morfologiche del cranio di un individuo, come solchi, depressioni e bozzi, riflettessero le sue qualità intellettuali e la sua personalità. Il "bernoccolo della matematica", che contraddistingue i più dotati per questa materia, si situava in particolare nelle regioni frontali.

Oggi la frenologia è ovviamente screditata, ma non si è placata l'ansia di capire se effettivamente esistano segni fisiologici che siano indizi di predisposizione (si pensi per esempio agli studi condotti sul cervello di Einstein, conservato in formalina dal 1955). Nessuna ricerca ha fornito risultati convincenti, anche perché ci si scontra con un problema metodologico di fondo: può darsi che un individuo dotato abbia ricevuto per via ereditaria un cervello che lo renda incline alla matematica, ma può anche essere vero il contrario, cioè che il suo concentrarsi fin dall'infanzia su problemi numerici abbia modificato l'organizzazione funzionale del suo cervello.

Torniamo dunque alla domanda iniziale: il talento è ereditato o appreso? Esistono davvero individui predisposti o tutti, con un'opportuna istruzione, possiamo diventare bravi matematici? Un recente studio di Ariel Starr e colleghi ha spostato la questione sul senso della numerosità, ovvero quella capacità innata presente, come abbiamo visto, anche negli animali, che permette di valutare a colpo d'occhio che sei palline, per esempio, sono più di tre. I ricercatori hanno studiato un gruppo di bambini di sei mesi e ne hanno misurato, secondo un metodo standard, il senso pre-verbale del numero. A distanza di tre anni hanno sottoposto lo stesso gruppo a nuovi test per valutare varie capacità numerico-simboliche. I risultati sembrano mostrare una correlazione: i bimbi più dotati a sei mesi hanno maggiore padronanza e capacità di manipolazione dei numeri a tre anni, indipendentemente dal livello di intelligenza generale. Ma ci sono anche ricercatori che contestano queste conclusioni.

Anche le differenze di genere sono un campo ambiguo che non risolve appieno la dicotomia talento/educazione. È indubbio che la matematica di alto livello sia, ancora oggi, un mondo molto maschile. Le matematiche passate alla storia sono poche – le più famose sono Ipazia (370-415), Maria Gaetana Agnesi (1718-1799), Sophie Germain (1776-1831), Sofia Kovaleskaja (1850-1891) ed Emmy Noether (1882-1935).

Autore ignoto, *Ritratto di Maria Gaetana Agnesi*, incisione, circa 1750. Fonte: Wikipedia.